pg. 286

#4

$$A=\begin{bmatrix}6 & -8\\ 4 & -6\end{bmatrix}$$

$$\lambda_1=-2$$

$$\lambda_2=2$$

$$D=\begin{bmatrix}-2 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix},\quad P=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 1 & 1\end{bmatrix}$$

#16

$$A=\begin{bmatrix}-4 & 5\\ -4 & 4\end{bmatrix}$$

$$\lambda_1=2i$$

$$\lambda_2=-2i$$

$$D=\begin{bmatrix}2i & 0\\ 0 & -2i\end{bmatrix},\quad P=\begin{bmatrix}2-i & 2+i\\ 2 & 2\end{bmatrix}$$

#22.

$$p(\lambda)=\lambda^3(\lambda^2-2\lambda+1)$$

$$=\lambda^3(\lambda-1)^2$$

The possible Jordan Canonical forms are therefore

$$\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&1\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&1\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&1&1\\0&0&0&0&1\end{bmatrix}$$

pg. 311

#14

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -8 \\ 4 & -6 \end{bmatrix}$$

$$\frac{d\vec{y}}{dx} = A\vec{y}, \quad \vec{y}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{y} = c_1 e^{-2x}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + c_2 e^{2x}\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{y}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} = c_1\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + c_2\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow c_1 = -2c_2$$

$$\Rightarrow -1 = -2c_2 + c_2$$

$$\Rightarrow -1 = -c_2$$

$$\Rightarrow c_2 = 1, \; c_1 = -2$$

$$\vec{y} = -2e^{-2x}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + e^{2x}\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

pg. 383

#4

$$y' + (x+1)^2 y = 0$$

$$y(-1) = 0$$

$$y = c_0 + c_1(x+1) + c_2(x+1)^2 + c_3(x+1)^3 + \cdots$$

$$y' = c_1 + 2c_2(x+1) + 3c_3(x+1)^2 + \cdots$$

$$\Rightarrow c_1 + 2c_2(x+1) + 3c_3(x+1)^2 + \cdots = -c_0(x+1)^2 - c_1(x+1)^3 - c_2(x+1)^4 - \cdots$$

$$y(-1) = 0 \Rightarrow c_0 = 0$$

All other coefficients are 0 $\Rightarrow y = 0$.